

POLUGRUPE I IDENTITETI

Pregledni rad za temu potprojekta 0401B

Prof. dr Miroslav Ćirić
Filozofski fakultet u Nišu

ISTRAŽIVAČI I INSTITUCIJE: Prof. dr Miroslav Ćirić, FILFNI, rukovodilac teme, Prof. dr Stojan Bogdanović, EKFNI, rukovodilac potprojekta, Prof. dr Petar Protić, GFNI, Prof. dr Siniša Crvenković, PMFNS, mr Nebojša Stevanović, asistent GFNI, mr Milan Božinović, asistent RGF Bor, Tatjana Petković, asistent pripravnik FILFNI.

APSTRAKT: Ovaj rad pretstavlja sažet prikaz najznačajnijih rezultata dobijenih u istraživanjima na temi "Polugrupe i identiteti" potprojekta 0401B "Algebra i diskretna matematika", koji se tiču Teorije polugrupa i njenih primena.

ABSTRACT: In this paper we summarize the main results obtained in investigations on the theme "Semigroups and identities" of the suproject 0401B "Algebra and discrete mathematics", concerning Theory of semigroups and its applications.

1. Uvod

Ovaj rad daje sažet prikaz najznačajnijih rezultata dobijenih u istraživanjima u okviru teme "Polugrupe i identiteti" potprojekta 0401B "Algebra i diskretna matematika" projekta 0401 "Savremeni problemi matematike". Istraživanja su vršena najvećim delom u okviru Opšte strukturne teorije polugrupa, centralne oblasti Teorije polugrupa, a najveći broj ostvarenih rezultata tiče se raznih tipova razlaganja i slaganja polugrupa. Oni su ne samo od ogromne koristi za dalji razvoj ove algebarske discipline, već imaju, kao i Teorija polugrupa uopšte, značajne primene u drugim oblastima Algebre, u drugim matematičkim naukama, pre svega u Računarstvu, i drugim naukama. Ostvareni rezultati publikovani su u uglednim domaćim i svetskim časopisima, među kojima ima i vodećih časopisa međunarodnog značaja i veliki broj časopisa međunarodnog značaja. Objavljena je i jedna monografija i četiri pregledna članka i odbranjene jedna doktorska disertacija i dve magistarske teze.

2. Opšta teorija polumrežnih razlaganja

Istraživanja opštih karakteristika polumrežnih razlaganja vraćena su u centar pažnje naučne javnosti novim rezultatima M. Ćirića i S. Bogdanovića iz [34], a sasvim novim pristupom ovoj problematici, svi ranije poznati rezultati iz ove oblasti, između kojih se ranije nije videla jasna veza, povezani su u jednu celovitu opštu teoriju. U radu je uveden pojam glavnih radikala polugrupe, date rekurzivne formule za njihovo izračunavanje, okarakterisana je najveća polumrežna homomorfna slike polugrupe, date nove karakterizacije najmanje polumrežne kongruencije na polugrupi i glavnih filtra polugrupe. Definisan je i sistem relacija ekvivalencije koje uopštavaju dobro poznate Greenove relacije, pomoću kojih je uvedena čitava lepeza novih tipova polumrežnih razlaganja.

Rezultati iz [34] uopšteni su od strane istih autora u [39], gde su date karakterizacija mreže polumrežnih razlaganja polugrupe preko kvaziuređenja i izvesnih podmreža mreže ideala te polugrupe, a opisane su i sve polumrežne homo-

morfne slike polugrupe. Zanimljivo je istaći da su tim rezultatima polumrežna razlaganja polugrupa dovedena u vezu sa teoremom koja ima veoma značajno mesto ne samo u Teoriji polugrupa, već i u raznim drugim algebarskim teorijama, kao što su Teorija mreža, Bulove algebre, Teorija prstena i druge, gde je poznata kao Prime Ideal Theorem. Takođe je zanimljivo i da se u svim pomenutim algebarskim teorijama ta teorema dokazuje upotrebom famozne Aksiome Izbor, dok su autori u [34] dokazali da se u Teoriji polugrupa odgovarajuća teorema može dokazati i bez upotrebe te aksiome. Na sličan način kao u [39], u [17] su mreže polumrežnih razlaganja polugrupe opisane preko njenih filtara.

3. Polumreže Arhimedovih polugrupa

Polugrupe iz ove klase su izučavane u velikom broju radova. M. Ćirić i S. Bogdanović su u [29] dali jednu od najboljih karakterizacija ovih polugrupa, koja se u daljim istraživanjima pokazala kao veoma moćno oruđe u njihovom daljem izučavanju. P. Protića [42] konstruisao je relaciju ϱ za koju je dokazao da je kongruencija na svakoj polgrupi i pomoću koje je dao novu karakterizaciju polumreža Arhimedovih polugrupa. Razne druge karakterizacije ovih polugrupa date su u [4]. U [13] date su razne karakterizacije polugrupa razloživih u lanac Arhimedovih polugrupa, a u [18] su opisane polumreže nasledno Arhimedovih polugrupa. Izučavanje polugrupa razloživih u polumrežu nil-ekstenzija pravougaonih grupa od velike je važnosti za proučavanje polugrupa sa svojstvom proširenja kongruencija (Congruence Extension Property). Naime, X. Tang je 1993. godine problem karakterizacije polugrupa sa tim svojstvom rešio upravo u klasi ovakvih polugrupa, koristeći strukturne karakterizacije tih polugrupa dobijenih u ranijim radovima S. Bogdanovića. U radu [15] date su neke nove karakterizacije tih polugrupa.

U klasu polumreža Arhimedovih polugrupa spadaju i polugrupe koje poseduju neke posebne tipove tračnih razlaganja, izučavane u nizu radova P. Protića [41,44,45,46] i S. Bogdanovića i M. Ćirića [1,3,9]. Rezultati P. Protića o trakama desno Arhimedovih i desno prostih polugrupa, potstakli su i neke druge autore na dublja istraživanja u ovoj oblasti. Korišćenjem polumrežnih i tračnih razlaganja date su strukturne karakterizacije za takozvane U_{n+1} -polugrupe i za stegnute polugrupe. Izučavanje stegnutih polugrupa inicirano je radom G. A.

Freimana i B. M. Scheina, a inspirisano je izvesnim problemima Teorije brojeva.

Rezultati iz ove oblasti sumirani su u preglednom radu [10], a odbranjena je i magistarska teza M. Ćirića [21].

4. Nil-ekstenzije regularnih polugrupa

Izučavanje nil-ekstenzija regularnih polugrupa, započeto ranijim radovima S. Bogdanovića, nastavljeno je serijom radova S. Bogdanovića i M. Ćirića [2,6,7,8,11]. Najznačajniji rezultati dobijeni su u [6], gde je retraktivna nil-ekstenzija regularne polugrupe opisana kao poddirektan proizvod nil-polugrupe i regularne polugrupe. Ovaj rezultat upotrebljen je u [7,11] u izučavanju nekih specijalnih slučajeva takvih ekstenzija. U [8] su izučavane π -regularne polugrupe sa nulom čiji svaki nenula idempotent je primitivan. Rezultati koji su tu dobijeni su uopštenja mnogih poznatih rezultata kojima su ranije bile date karakterizacije primitivnih regularnih polugrupa.

5. Razlaganja indukovana identitetima

U radu M. Ćirića i S. Bogdanovića [29], postavljen je opšti problem pronalaženja svih identiteta koji daju neku određenu strukturu polgrupama koje ih zadovoljavaju, i opisani su svi identiteti koji indukuju razlaganje u polumrežu Arhimedovih polugrupa i razna razlaganja π -regularnih polugrupa, a rešen je i jedan problem L. N. Ševrina i E. V. Suhanova iz 1989. godine, o izvesnim varijetetima polugrupa. Ova istraživanja nastavljena su u [30], gde su izučavani identiteti koji indukuju razna razlaganja polugrupe u nil-ekstenziju unije grupa, i u [35], gde su za identitete nad dvoelementnim alfabetom rešeni neki problemi koji nisu rešeni u opštem slučaju, a takođe su rešene i sve moguće varijante poznatog problema T. Tamurae iz 1971. godine.

Metodologija izgrađena u ovim radovima veoma je uspešan spoj metoda Opšte strukturne teorije polugrupa i metoda Kombinatorike na rečima, značajnoj oblasti Računarstva. Prikazana materija takođe čini okosnicu doktorske disertacije M. Ćirića [22].

6. Primene u Teoriji prstena

Rezultat M. S. Putchae iz 1981. godine o prstenima čija se multiplikativna polugrupa može razložiti u polumrežu potpuno Arhimedovih polugrupa inicirao je dalja istraživanja iz te oblasti sprovedena u radovima [5,23,26,32,37]. U radu M. Ćirića i S. Bogdanovića [26] date su razne

nove karakterizacije takvih prstena, od kojih je najznačajnija ona koja stvara mogućnost predstavljanja takvih prstena korišćenjem dobro poznatih Everetovih suma prstena.

U radu [23] izučavani su prsteni čija multiplikativna polugrupa jeste nil-ekstenzija unije grupa, koji su opisani uz pomoć novouvedenog pojma jake ekstenzije prstena, a dat je i metod za konstrukciju nilpotentnih prstena. Istraživanja započeta u ovom radu nastavljena su u [32], gde je dokazano da prsteni čija multiplikativna polugrupa jeste nil-ekstenzija unije grupa jesu upravo direktne sume nil-prstena i Cliffordovih prstena. Struktura prstena koji zadovoljavaju bilo koji polugrupovni identitet oblika $x_1x_2 \cdots x_n = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ opisana je u radu M. Ćirića, S. Bogdanovića i T. Petković [37], gde je dat i metod za konstrukciju takvih prstena.

U više radova M. Živkovića [52,53,54,55] iz Teorije prstena, objavljena je značajna tablica primitivnih binarnih polinoma.

7. Abel-Grassmannovi grupoidi i polugrupe

Grupoidi koji zadovoljavaju Abel-Grasmanov zakon $(xy)z = (zy)x$, nazvani Abel-Grasmanovim grupoidima, ili kraće AG-grupoidima, izučavani su u radovima P. Protića sa M. Božinovićem, odnosno N. Stevanovićem, [20,48,50,51]. U tim radovima je uvedeno mnoštvo novih pojmova, a izučavane su i razne specijalne vrste AG-grupoida. Polazeći od ideja iz [47], gde su izučavani razni tipovi kongruencija na π -regularnim polugrupama, u [20,48] su izučavane slične kongruencije na raznim vrstama AG-grupoida. U radu [50] dokazana je strukturna teorema za AG*-grupoidne.

Rezultati dobijeni u ovoj oblasti prikazani su u preglednom članku [49], a u toj oblasti odbranjena je i magistarska teza N. Stevanovića [51]. U njoj je dat i algoritam za generisanje konačnih AG-grupoida, sa programom u FORTRANu koji ga realizuje, i data je lista AG-grupoida sa 3,4 i 5 elemenata.

8. Razlaganja polugrupa sa nulom

Osnove opšte teorije razlaganja polugrupa sa nulom postavljene su u radu S. Bogdanovića i M. Ćirića [16], a izučavanje takvih razlaganja je nastavljeno i u seriji drugih radova. Ortogonalna razlaganja polugrupa, koja su glavna tema izučavanja u pomenutom radu, uvedena su još u radovima E. S. Ljapina, 1950, i Š. Schwarzra,

1951, a potom su izučavana od strane mnogih autora, ali uvek u raznim specijalnim slučajevima. U ovom radu autori su došli do opštih rezultata koji se tiču tih razlaganja. Dokazana je teorema o atomičnosti ortogonalnih razlaganja, odnosno dokazano je da se svaka polugrupa sa nulom može razložiti u ortogonalnu sumu polugrupa koje su dalje ortogonalno nerazložive. U Teoriji polugrupa, osim ove teoreme, kao i čuvene Birkhoffove Teoreme o Rerezentaciji, kojom je 1944. godine dokazana atomičnost poddirektnih razlaganja proizvoljne univerzalne algebre, poznate su još samo tri teoreme tog tipa. To su teoreme koje su dokazali T. Tamura, 1956. godine, o atomičnosti polumrežnih razlaganja, E. S. Ljapin, 1960. godine, o atomičnosti ordinalnih razlaganja, i L. N. Ševrin, 1965. godine, o atomičnosti takozvanih jakih razlaganja. U istom radu dokazano je i da potpuno 0-deosledni ideali polugrupe sa nulom čine potpunu atomičnu Bulovu algebru, čiji atomi jesu upravo sumandi u njenom najvećem ortogonalnom razlaganju. Data je takođe i zanimljiva teorema o reprezentaciji potpunih atomičnih Bulovih algebri, koja predstavlja alternativu čuvenoj teoremi A. Tarskog iz 1929. godine, o reprezentaciji takvih Bulovih algebri.

U radu [36] izučavane su neki specijalne vrste ortogonalnih razlaganja, a dobijeni rezultati povezuju takva razlaganja sa polumrežnim razlaganjima i uopštavaju niz ranije poznatih rezultata. Ideje nastale u izučavanju polumrežnih razlaganja polugrupa iskorišćene su i u [31], gde je izvršeno opsežno izučavanje kvazi-uređenja na polugrupama sa nulom. Rezultati tog rada predstavljaju osnovu za izučavanje takozvanih kvazi-polumrežnih razlaganja polugrupa sa nulom.

9. Slaganja u traku polugrupa

Istraživanja u ovoj oblasti započeta su u radu M. Ćirića i S. Bogdanovića [24], gde je dat metod za konstrukciju traka polugrupa u kome se koriste dva tranzitivna sistema homomorfizama nad kvazi-uređenjima na traci, koja predstavlja uopštenje dobro poznatih jakih polumreža polugrupa. Opštija konstrukcija, zadata pomoću samo jednog sistema homomorfizama nad kvazi-uređenjem na traci koji zadovoljava uslove opštije od tranzitivnosti, data je u [28]. Ova konstrukcija iskorišćena je za izučavanje takozvanih kičmenih proizvoda trake i polumreže polugrupa.

U radu [27], koristeći opštu konstrukciju za polumreže polugrupa koju je dat M. Petrich,

1973, autori su dali konstrukciju za traku proizvoljnih polugrupa, a zatim su tu konstrukciju primenili na kompoziciju normalnih traka polugrupa.

Navedeni rezultati su u istim radovima iskorišćeni i za izučavanje traka monoida i grupa, čime su uopšteni mnoge poznati rezultati koji se tiču traka monoida i grupa. U [25] su date konstrukcije za inflacije traka monoida. Konstrukcija iz [28] iskorišćena je i u [38], za konstrukciju nekih polugrupa levih razlomaka, a pokazano je i kako se na jednostavniji način mogu konstruisati neke ranije poznate polugrupe levih razlomaka.

10. Monografije i pregledni članci

Pregled rezultata dobijenih u napred navedenim radovima dat je u monografiji S. Bogdanovića i M. Ćirića [12], i preglednim člancima istih autora [10,14,33] i P. Protića i N. Stevanovića [49].

U monografiji [12] obrađene su neke od najznačajnijih tema Opšte teorije polugrupa. Centralna tema knjige su Teorije razlaganja i slaganja polugrupa, izložene u glavama 5–9. Opšta teorija polumrežnih razlaganja polugrupa i razni posebni tipovi polumrežnih razlaganja tema su Glave 5, u kojoj su izloženi najnoviji rezultati koji se tiču tih razlaganja. Ova materija se prirodno produžava kroz naredne dve glave, u kojima su izloženi rezultati o polumrežnim razlaganjima π -regularnih polugrupa i nil-ekstenzijama unije grupa, posebno onim reaktivnim. Glava 8 bavi se najvećim razlaganjima polugrupe sa nulom u ortogonalnu i desnu sumu polugrupa. Dokazana je i teorema o razlaganju u direktan proizvod potpune Brauerove mreže, koja se koristi osobinama njene najveće Bulove podalgebre, iz čega se izvode karakterizacije mreže ideala polugrupe sa jezgrom i mreže levih ideala polugrupe. Glava 9 posvećena je slaganjima u traku polugrupa određena sistemima homomorfizama, koja su razmatrana pre svega u njihovoj vezi sa poddirektnim proizvodima, posebno sa kičmenim proizvodima. Veliki broj rezultata prikazanih u knjizi je su potpuno novi rezultati koji se u njoj prvi put pojavljuju. Knjiga sadrži širok spisak literature koji se sastoji od 546 bibliografskih jedinica.

U preglednom radu S. Bogdanovića i M. Ćirića [10] sumiraju se glavni rezultati iz oblasti razlaganja π -regularnih polugrupa u polumrežu Arhimedovih polugrupa. U prvoj glavi ovog rada prikazani su opšti rezultati M. S. Putchae, T.

Tamurae, M. Ćirića i S. Bogdanovića i drugih vezani za razlaganje polugrupa u polumrežu Arhimedovih polugrupa. U Glavi 2 govori se o razlaganjima u polumrežu potpuno Arhimedovih polugrupa, i rezultatima L. N. Ševrina, J. L. Galbiati i M. L. Veronesi, S. Bogdanovića i M. Ćirića, M. S. Putchae i drugih, a u Glavi 3 o nil-ekstenzijama regularnih polugrupa i unije grupa, posebno o onim reaktivnim i nilpotentnim. Tema Glave 4 su razlaganja polugrupa indukovana identitetima. Detaljno se razmatraju identiteti nad dvoelementim alfabetom. Najveći deo rezultata iz ove glave su rezultati M. Ćirića i S. Bogdanovića. Vredan deo ovog rada je i obimna literatura koja se sastoji od 167 bibliografskih jedinica.

Drugi pregledni rad istih autora [14] posvećen je prezentaciji najnovijih rezultata i metoda koji se tiču nekih najvećih razlaganja polugrupa. Preciznije, radi se o polumrežnim razlaganjima i razlaganjima polugrupa sa nulom: ortogonalnim razlaganjima i razlaganjima u desnu sumu polugrupa. Uspostavljaju se veze između ovih razlaganja i ističu metodološke sličnosti u njihovom izučavanju.

U radu M. Ćirića i S. Bogdanovića [33] dat je pregled najznačajnijih dostignuća u izučavanju raznih najvećih razlaganja polugrupa. U Glavi 2 prikazani su rezultati T. Tamurae, N. Kimurae, M. Yamadae, M. Petricha, M. S. Putchae, M. Ćirića i S. Bogdanovića o najvećem polumrežnom razlaganju polugrupe, kao i karakterizacije mreže polumrežnih razlaganja iz radova T. Tamurae i M. Ćirića i S. Bogdanovića. U Glavi 3 govori se o tračnim razlaganjima polugrupa, posebno o matricnim i normalno-tračnim razlaganjima. Većina ovde prikazanih rezultata pripada M. Petrichu. U Glavi 4 prikazani su rezultati S. Bogdanovića i M. Ćirića koji se tiču razlaganja polugrupa sa nulom, i to razlaganja u ortogonalnu, levu, desnu, matricnu i kvazi-polumrežnu sumu polugrupa. Na kraju, u Glavi 5 dati su rezultati o nekim drugim važnim tipovima razlaganja – rezultati L. N. Ševrina o takozvanim \cup -razlaganjima, rezultati E. S. Ljapina i M. Ćirića i S. Bogdanovića, o ordinalnim razlaganjima, G. Lallementa i M. Petricha o I -matricnim razlaganjima, i rezultati M. Ćirića i S. Bogdanovića o polumrežno-matricnim razlaganjima. Spisak literature navedene u radu sastoji se od 133 bibliografskih jedinica.

U preglednom članku P. Protića i N. Stevanovića [49] dat je kratak prikaz rezultata ostvarenih u izučavanju Abel-Grassmannovih

grupoida. Osim rezultata P. Protića, N. Stevanovića i M. Božinovića koji se tiču ove teme, u radu su dati i odgovarajući rezultati S. Lajosa, M. Yamadae, Q. Mushtaq, Q. Iqbala i drugih.

Literatura

- [1] S. Bogdanović and M. Ćirić, U_{n+1} -semigroups, Contributions MANU XI **1–2** (1990), 9–23.
- [2] S. Bogdanović and M. Ćirić, *A nil-extension of a regular semigroup*, Glasnik Matematički, Vol. **25** (2) (1991), 3–23.
- [3] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Tight semigroups*, Publ. Inst. Math. **50** (64), (1991), 71–84.
- [4] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Semigroups in which the radical of every ideal is a subsemigroup*, Zbornik radova Fil. fak. (Niš), Ser. Mat. **6** (1992), 129–135.
- [5] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Right π -inverse semigroups and rings*, Zb. rad. Fil. fak. (Niš), Ser. Mat. **6** (1992), 137–140.
- [6] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Retractive nil-extensions of regular semigroups I*, Proc. Japan Acad, **68** (5), Ser. A (1992), 115–117.
- [7] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Retractive nil-extensions of regular semigroups II*, Proc. Japan Acad. **68** (6), Ser. A (1992), 126–130.
- [8] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Primitive π -regular semigroups*, Proc. Japan. Acad. **68** (10), Ser. A (1992), 334–337.
- [9] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Semigroups of Galbiati-Veronesi IV (Bands of nil-extensions of groups)*, Facta Univ. (Niš), Ser. Math. Inform. **7** (1992), 23–35.
- [10] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Semilattices of Archimedean semigroups and (completely) π -regular semigroups I (A survey)*, FILOMAT (Niš) **7** (1993), 1–40.
- [11] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Retractive nil-extensions of bands of groups*, Facta Univ. (Niš), Ser. Math. Inform. **8** (1993), 11–20.
- [12] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Polugrupe*, Prosveta, Niš, 1993, IV + 287 pp.
- [13] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Chains of Archimedean semigroups (Semiprimary semigroups)*, Indian J. Pure Appl. Math. **25** (3) (1994), 331–336.
- [14] S. Bogdanović and M. Ćirić, *A new approach to some greatest decompositions of semigroups (A survey)*, Southeast Asian Bulletin of Math. **18** (3) (1994), 27–42.
- [15] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Semilattices of nil-extensions of rectangular groups*, Publ. Math. Debrecen **48/1–2** (1995), 1–7.
- [16] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Orthogonal sums of semigroups*, Israel J. Math. **90** (1995), 423–428.
- [17] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Positive quasi-orders with the common multiple property on a semigroup*, in: Proc. of the Math. Conf. in Priština 1994, Lj. D. Kočinac ed., Priština 1995, 1–6.
- [18] S. Bogdanović, M. Ćirić and M. Mitrović, *Semilattices of hereditary Archimedean semigroups*, FILOMAT (Niš) **9:3** (1995), 611–617.
- [19] S. Bogdanović and M. Ćirić, *Power semigroups that are Archimedean*, FILOMAT (Niš) **9:1** (1995), 57–62.
- [20] M. Božinović and P. Protić, *Congruences on a π -inverse LA^* -semigroup*, Facta Univ. (Niš), Ser. Math. Inform. **9** (1994), 19–29.
- [21] M. Ćirić, *Polumreže Arhimedovih polugrupa*, Magistarska teza, Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu, 1990.
- [22] M. Ćirić, *Dekompozicije polugrupa i identiteti*, Doktorska disertacija, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu, 1991.
- [23] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Rings whose multiplicative semigroups are nil-extensions of a union of groups*, PU.M.A. Ser. A, Budapest-Siena, Vol. **1** (1990), No. 3–4, 217–234.
- [24] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Sturdy bands of semigroups*, Collectanea Mathematica Barcelona, Vol. **41** (2) (1990), 189–195.
- [25] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Inflations of a band of monoids*, Zbornik radova Fil. fak. (Niš), Ser. Mat. **6** (1992), 141–149.

- [26] M. Ćirić and S. Bogdanović, *A note on π -regular rings*, PU.M.A. Ser. A, Budapest-Siena, Vol. **3**, (1992), No. 1–2, 39–42.
- [27] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Normal band compositions of semigroups*, Proc. Japan. Acad. **69** (8), Ser. A (1993), 256–261.
- [28] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Spined products of some semigroups*, Proc. Japan. Acad. **69** (9), Ser. A (1993), 357–362.
- [29] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Decompositions of semigroups induced by identities*, Semigroup Forum **46** (1993), 329–346.
- [30] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Nil-extensions of unions of groups induced by identities*, Semigroup Forum **48** (1994), 303–311.
- [31] M. Ćirić and S. Bogdanović, *The lattice of positive quasi-orders on a semigroup II*, Facta Univ. (Niš), Ser. Math. Inform. **9** (1994), 7–17.
- [32] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Direct sums of nil-rings and of rings with Clifford's multiplicative semigroups*, Mat. Balkanica **9** (1995).
- [33] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Theory of greatest decompositions of semigroups (A survey)*, FILOMAT (Niš) **9:3** (1995), 385–426.
- [34] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Semilattice decompositions of semigroups*, Semigroup Forum (to appear).
- [35] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Identities over the twoelement alphabet*, Semigroup Forum (to appear).
- [36] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Orthogonal sums of 0 - σ -simple semigroups*, Acta Math. Hung **70** (3) (1996), (to appear).
- [37] M. Ćirić, S. Bogdanović and T. Petković, *Rings satisfying some semigroup identities*, Acta Sci. Math. Szeged (to appear).
- [38] M. Ćirić and S. Bogdanović, *Strong bands of groups of left quotients*, Glasgow Math. J. (to appear).
- [39] M. Ćirić and S. Bogdanović, *The lattice of positive quasi-orders on a semigroup*, Israel J. Math. (to appear).
- [40] M. Kunze and S. Crvenković, *Maximal sub-semilattices of the full transformation semigroup on a finite set*, Dissertationes Mathematicae **314** (1991), 33.
- [41] P. Protić, *The band and the semilattice decompositions of some semigroups*, PU.M.A., Budapest-Siena, Ser. A **2** (1991), No. 1-2, 141–146.
- [42] P. Protić, *A new proof of Putcha's theorem*, PU.M.A., Budapest-Siena, Ser. A **2** (1991), 281–284.
- [43] P. Protić, *On some type of radicals on a semigroup*, Matematički vesnik **43** (1991), 23–28.
- [44] P. Protić, *On some band decompositions of semigroups*, Publicationes mathematicae Debrecen **45** (1994), 205–211.
- [45] P. Protić, *A note on right seminormal band of right simple semigroups*, in: Proc. of the Math. Conf. in Priština 1994, Lj. D. Kočinac ed., Priština 1995, 27–29.
- [46] P. Protić, *Bands of right simple semigroups*, Publicationes mathematicae Debrecen **47** (1995) (to appear).
- [47] P. Protić and M. Božinović, *Some congruences on a π -regular semigroup*, Zbornik radova Filozofskog fakulteta u Nišu **6** (1992), 175–180.
- [48] P. Protić and M. Božinović, *Some congruences on AG^{**} -groupoids*, FILOMAT (Niš) **9** (1995) (to appear).
- [49] P. Protić and N. Stevanović, *On Abel-Grassmann's groupoids*, in: Proc. of the Math. Conf. in Priština 1994, Lj. D. Kočinac ed., Priština 1995, 31–38.
- [50] N. Stevanović and P. Protić, *The structural theorem for AG^* -groupoids*, Facta Universitatis (Niš), Ser. Math. Inform. (to appear).
- [51] N. Stevanović, *Abel-Grassmannovi grupoidi i polugrupe*, Magistarska teza, Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu, 1994.
- [52] M. Živković, *On two probabilistic decoding algorithms for binary linear codes*, IEEE Trans. of Information Theory, IT-37 (1991), No. 6, 1707–1716.

- [53] M. Živković, *An algorithm for the initial state reconstruction of the clock-controlled shift register*, IEEE Trans. of Information Theory, IT-37 (1991), No. 5.
- [54] M. Živković, *A table of primitive binary polynomials*, Mathematics of Computation **62** (1994), 385–386.
- [55] M. Živković, *A table of primitive binary polynomials II*, Mathematics of Computation **63** (1994), 301–306.